

6 Ecuaciones y sistemas

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- a) $3x = 14 - 4x$
- b) $3x + 2x + 4 = 5x + 17$
- c) $20 - 3x - 2 = 8x - 4$
- d) $5x + 1 - 7x = -12 + 3x - 6$

2. Escribe con la incógnita adecuada los siguientes datos:

- a) Tres números cuya suma sea 600.
- b) Tres números consecutivos cuya suma sea 600.
- c) La suma de dos números múltiplos de 3 es 225.
- d) Dos números múltiplos de 3 consecutivos suman 225.

3. Resuelve las ecuaciones planteadas en los apartados b y d del ejercicio anterior.

4. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- a) $\frac{2x}{3} - \frac{3x+1}{2} = -(2x-1)$
- b) $3(2x-1) - \frac{1-3x}{5} = x - \frac{x}{2}$
- c) $-x + \frac{x-3}{2} = 5 + \frac{4-3x}{5}$
- d) $\frac{x+4}{2} - \frac{3x-4}{3} = \frac{1-x}{4} - 3$

5. La altura de un rectángulo es la tercera parte de su base. Halla sus dimensiones sabiendo que su perímetro vale 32 cm. ¿Cuál es su área?

6. En un grupo de 120 personas hay igual número de matrimonios que de personas solteras, siendo el número de mujeres $\frac{5}{7}$ del de hombres. Calcula cuántos hombres y mujeres hay, y cuántos casados y solteros.

7. Le resto 5 unidades a un número y me da lo mismo que si lo divido por 5. ¿De qué número se trata?

8. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

- a) $4x^2 + 20 = 0$
- b) $2x^2 - 72 = 0$
- c) $-x^2 + 4 = 0$
- d) $16x^2 - 1 = 0$
- e) $x^2 + 4x + 4 = 0$
- f) $(x+3)(x-4) = -6$
- g) $3x^2 + 5x = x^2 + 3x + 12$
- h) $4x^2 - 4x - 3 = 0$

9. Escribe, cuando se pueda, las ecuaciones anteriores como producto de factores.

10. En la ecuación $4x^2 + 3x + m = 0$, calcula m para que una de las raíces sea 4. ¿Cuánto valdrá la otra raíz?

11. Resuelve los siguientes sistemas:

- a) $\begin{cases} 3x + 4y = 25 \\ x + 3y = 25 \end{cases}$
- b) $\begin{cases} 2x + 4y = -3 \\ 5x - 2y = 9 \end{cases}$
- c) $\begin{cases} -x + 2y = 4 \\ 2x - 4y = -8 \end{cases}$
- d) $\begin{cases} 3x + 4y = -1 \\ 9x + 12y = 3 \end{cases}$

12. Descompón 22 en dos sumandos tales que además la suma de sus cuadrados sea 314.

SOLUCIONES

1. a) $x = 2$
 b) La ecuación propuesta es incompatible.
 c) $x = 2$
 d) $x = \frac{19}{5}$

2. a) $x + y + z = 600$
 b) Los números serán: x , $x + 1$ y $x + 2$. Su suma:
 $x + (x + 1) + (x + 2) = 600$
 c) $3x + 3y = 225$
 d) $3x + 3(x + 1) = 225$

3. Ecuación b: $x + (x + 1) + (x + 2) = 600 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 3x + 3 = 600 \Rightarrow 3x = 600 - 3 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 3x = 597 \Rightarrow x = \frac{597}{3} = 199.$

Los números son: 199, 200 y 201.

Ecuación d: $3x + 3(x + 1) = 225 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 6x + 3 = 225 \Rightarrow 6x = 225 - 3 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 6x = 222 \Rightarrow x = \frac{222}{6} = 37.$

Los números son: $3 \cdot 37$ y $3 \cdot 38 \rightarrow 111$ y $114.$

4. a) $x = \frac{9}{7}$
 b) $x = \frac{32}{61}$
 c) $x = 73$
 d) $x = \frac{73}{3}$

5. Base = x ;
 altura = $\frac{x}{3} \Rightarrow$ perímetro = $2x + 2 \cdot \frac{x}{3} = \frac{8x}{3}.$
 Si $\frac{8x}{3} = 32 \Rightarrow 8x = 96 \Rightarrow x = \frac{96}{8} = 12$ cm
 Área = $12 \cdot 4 = 48$ cm²

6. Sea x el número de solteros. Como también hay x matrimonios, el número de personas casadas será $2x$. Entonces: $x + 2x = 120 \Rightarrow x = 40.$
 Por cada 5 mujeres hay 7 hombres, luego las mujeres son los $\frac{5}{12}$ del total: $\frac{5}{12} \cdot 120 = 50.$
 Hay 50 mujeres y 70 hombres; 80 de ellos están casados (40 mujeres y 40 hombres). Hay 10 mujeres solteras y 30 hombres solteros.

7. Sea x el número. Cumple:
 $x - 5 = \frac{x}{5} \Rightarrow 5x - 25 = x \Rightarrow 4x = 25 \Rightarrow x = \frac{25}{4}$

8. a) No tiene solución.
 b) $x = \pm 6$
 c) $x = \pm 2$
 d) $x = \pm \frac{1}{4}$
 e) Raíz doble: $x = -2.$
 f) $x = -2, x = 3.$
 g) $x = 2; x = -3.$
 h) $x = -\frac{1}{2}; x = \frac{3}{2}.$

9. a) No es posible
 b) $2(x - 6)(x + 6) = 0$
 c) $-(x - 2)(x + 2) = 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x + 2) = 0$
 d) $16\left(x - \frac{1}{4}\right)\left(x + \frac{1}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow (4x - 1)(4x + 1) = 0$
 e) $(x + 2)^2 = 0$
 f) $(x - 3)(x + 2) = 0$
 g) $2(x - 2)(x + 3) = 0$
 h) $4\left(x - \frac{3}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow (2x - 3)(2x + 1) = 0$

10. Si una raíz es 4, debe cumplir la ecuación \rightarrow
 $\rightarrow 4 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4 + m = 0 \Rightarrow m = -76.$
 Por tanto, la ecuación es: $4x^2 + 3x - 76 = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 1216}}{8} = \frac{-3 \pm 35}{8} = \begin{cases} 4 \\ -\frac{19}{4} \end{cases}$

11. a) $x = -5, y = 10$
 b) $x = \frac{5}{4}, y = -\frac{33}{24}$
 c) El sistema es compatible indeterminado: tiene infinitas soluciones; entre ellas: $x = 0, y = 2;$
 $x = 2, y = 3; \dots$
 d) El sistema es incompatible.

12. Sean x e y los números.
 Se cumple: $\begin{cases} x + y = 22 \\ x^2 + y^2 = 314 \end{cases}$
 Despejando y en la primera ecuación ($y = 22 - x$) y sustituyendo en la segunda, se tiene:
 $x^2 + (22 - x)^2 = 314 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x^2 + 484 - 44x + x^2 = 314 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 2x^2 - 44x + 170 = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x = \frac{44 \pm \sqrt{1936 - 1360}}{4} = \frac{44 \pm 24}{4} = \begin{cases} 17 \\ 5 \end{cases}$
 Los números buscados son 17 y 5.

PROPUESTAS DE EVALUACIÓN

6 Ecuaciones y sistemas

CRITERIOS

A. Plantear y resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita aplicando la regla de la suma y del producto.

B. Plantear y resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita con paréntesis y denominadores.

C. Plantear y resolver ecuaciones de segundo grado.

D. Resolver sistemas de ecuaciones de primer grado. Aplicarlos a la resolución de problemas.

E. Resolver sistemas de ecuaciones de segundo grado.

ACTIVIDADES

- Escribe con la incógnita adecuada los siguientes datos:
 - Un número y su doble.
 - Tres números, cada uno el doble que el anterior, que sumen 119.
 - Dos números cuya suma sea 24.
 - Dos números, uno el triple que el otro, cuya suma sea 24.
- Resuelve las ecuaciones planteadas en los apartados b y d del ejercicio anterior.
- Resuelve las siguientes ecuaciones:
 - $5x = 3x - 14$
 - $1 - 5x = 4 - 8x$
 - $x - 2x + 4 = 3x + 17$
 - $13x - 6 + 2x = 16x + 8 - 8x$
- La base de un rectángulo mide 2 cm más que la altura. Halla sus dimensiones sabiendo que su perímetro es 36 cm. ¿Cuál es su área?
- Resuelve las siguientes ecuaciones:
 - $2(4x - 4) - 4(x - 6) = 2x - 4(x + 5)$
 - $-2(2 - 2x) - 5(5 - 5x) = 4(4x - 4)$
 - $2 - 3x + 3(2 - 5x) = -3(2 - 4x)$
- Resuelve las siguientes ecuaciones:
 - $2x - \frac{3x + 1}{2} = -2$
 - $-x + \frac{x}{2} = 5$
 - $2x - 1 - \frac{1 - 3x}{5} = \frac{x}{2}$
 - $\frac{x + 4}{2} + \frac{3x + 1}{3} = \frac{1 - x}{4}$
- Al dejar caer una pelota de tenis desde cierta altura, rebota subiendo $\frac{2}{5}$ de dicha altura. ¿Desde qué altura debe dejarse caer para que después del segundo bote ascienda hasta 2,4 m?
- Javier ha gastado la mitad de su paga semanal en discos de música; la tercera parte de lo que le queda lo gastó en un libro, y con los 4 € restantes se comió una hamburguesa. ¿A cuánto ascendió su paga esa semana?
- Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:
 - $x^2 - 12x = 0$
 - $3x^2 - 75 = 0$
 - $2x^2 - 6x - 6 = 0$
 - $(x + 5)(x - 3) = 20$
 - $x^2 - 10x + 25 = 0$
 - $2x^2 - 10x + 25 = 0$
- Expresa, cuando se pueda, las ecuaciones anteriores como producto de factores.
- La suma de los cuadrados de la edad actual de una chica y de la que tendrá dentro de 3 años es 549. ¿Cuántos años tiene esa chica?
- Resuelve los siguientes sistemas:
 - $\begin{cases} 2x - y = 12 \\ x + 3y = -1 \end{cases}$
 - $\begin{cases} x - y = -1 \\ 4x - 3y = 0 \end{cases}$
 - $\begin{cases} 4x + 3y = -3 \\ 2x - 4y = 8 \end{cases}$
 - $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ -4x + 2y = 2 \end{cases}$
- Se mezclan dos tipos de pipas, unas que cuestan 6 € el kilogramo con otras de 8 € el kilogramo, obteniéndose 200 kg de mezcla. Si la mezcla sale a 7,5 €/kg, ¿cuántos kilogramos de cada tipo se han mezclado?
- Resuelve los siguientes sistemas:
 - $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x^2 + y = 5 \end{cases}$
 - $\begin{cases} x^2 + y = 13 \\ 2x - 3y = -6 \end{cases}$
- Una piscina rectangular es 10 m más larga que ancha. Si tiene una superficie de 600 m², ¿cuáles son sus dimensiones?

SOLUCIONES

1. a) x y $2x$ c) $x + y = 24$
b) $x + 2x + 4x = 119$ d) $x + 3x = 24$

2. Ecuación b: $x + 2x + 4x = 119 \Rightarrow x = 17$
Ecuación d: $x + 3x = 24 \Rightarrow x = 6$

3. a) $x = -7$ c) $x = -\frac{13}{4}$
b) $x = 1$ d) $x = 2$

4. Altura = x ; base = $x + 2$
Perímetro = $2x + 2 \cdot (x + 2) = 4x + 4$
 $4x + 4 = 36 \Rightarrow 4x = 32 \Rightarrow x = 8$ cm
Área = $10 \cdot 8 = 80$ cm²

5. a) $x = -6$
b) $x = 1$
c) $x = \frac{7}{15}$

6. a) $4x - (3x + 1) = -4 \Rightarrow x = -3$
b) $-2x + x = 10 \Rightarrow x = -10$
c) $10(2x - 1) - 2(1 - 3x) = 5x \Rightarrow x = \frac{4}{7}$
d) $6(x + 4) + 4(3x + 1) = 3(1 - x) \Rightarrow$
 $\Rightarrow x = -\frac{25}{21}$

7. $\frac{2}{5} \left(\frac{2}{5}x \right) = 2,4 \Rightarrow 4x = 60 \Rightarrow x = 15$ m

8. $x = \frac{x}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{x}{2} + 4 \Rightarrow 6x = 3x + x + 24 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x = 12$ €

9. a) $x = 0$; $x = 12$
b) $x = \pm 5$
c) $x = 4$; $x = -1$
d) $x = 5$; $x = -7$
e) $x = 5$. Solución doble.
f) No tiene solución.

10. a) $x(x - 12) = 0$
b) $3(x - 5)(x + 5) = 0$
c) $2(x - 4)(x + 1) = 0$
d) $(x - 5)(x + 7) = 0$
e) $(x - 5)^2 = 0$
f) No puede descomponerse en factores.

11. Edad actual: x ; dentro de 3 años: $x + 3$.
 $x^2 + (x + 3)^2 = 549 \Rightarrow 2x^2 + 6x - 540 = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x = 15$; $x = -18$
La chica tiene 15 años. El resultado $x = -18$ no es válido.

12. a) Por sustitución: $\begin{cases} y = 2x - 12 \\ x + 3y = -1 \end{cases} \Rightarrow$
 $\Rightarrow x + 3(2x - 12) = -1 \Rightarrow x = 5$
Sustituyendo: $y = -2$.

b) Por reducción: $\Rightarrow \begin{cases} 4x - 4y = -4 \\ 4x - 3y = 0 \end{cases}$
Restando: $0x - y = -4 \Rightarrow y = 4$.
Sustituyendo: $x = 3$.

c) Por reducción: $\Rightarrow \begin{cases} 4x + 3y = -3 \\ 4x - 8y = 16 \end{cases}$
Restando: $0x + 11y = -19 \Rightarrow y = -\frac{19}{11}$
Sustituyendo: $x = \frac{6}{11}$

d) Por sustitución: $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ -4x + 2y = 2 \end{cases} \Rightarrow$
 $\Rightarrow -4x + 2(2x - 3) = 2 \Rightarrow -6 = 2$
El sistema es incompatible.

13. $x =$ kg de 6 €/kg; $y =$ kg de 8 €/kg.
 $\begin{cases} x + y = 200 \\ 6x + 8y = 7,5 \cdot 200 \end{cases}$
Por sustitución: $x = 200 - y \Rightarrow$
 $\Rightarrow 6(200 - y) + 8y = 1500 \Rightarrow y = 150$.
Se sustituye en la ecuación despejada: $x = 50$
La mezcla es 50 kg de 6 €/kg y 150 kg de 8 €/kg.

14. a) Por sustitución:
 $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ x^2 + y = 5 \end{cases} \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 5 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow x = 2$; $x = -4$
Si $x = 2 \rightarrow y = 1$.
Si $x = -4 \rightarrow y = -11$
b) Por sustitución:
 $\begin{cases} y = 13 - x^2 \\ 2x - 3y = -6 \end{cases} \Rightarrow 2x - 3(13 - x^2) = -6 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x^2 + 2x - 33 = 0 \Rightarrow x = 3$; $x = -\frac{11}{3}$
Si $x = 3 \rightarrow y = 4$.
Si $x = -\frac{11}{3} \rightarrow y = -\frac{4}{9}$

15. Si x es el largo e y el ancho, se tiene:
 $\begin{cases} x - y = 10 \\ xy = 600 \end{cases}$
Por sustitución:
 $\begin{cases} x = 10 + y \\ (10 + y)y = 600 \end{cases} \Rightarrow$
 $\Rightarrow y^2 + 10y - 600 = 0 \Rightarrow y = 20$; $y = -30$
La solución válida es $y = 20$, que es el ancho de la piscina. El largo será de 30 m.

6 Ecuaciones y sistemas

1. Escribe con la incógnita adecuada los siguientes datos:

- a) Dos números cuya diferencia es 23.
- b) Un número más su cuadrado.
- c) Un número es igual a su triple menos 12.
- d) Tres números, cada uno el triple que el anterior, que sumen 169.

2. Resuelve las ecuaciones planteadas en los apartados c y d del ejercicio anterior.

3. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- a) $4x - 2 = 2x + 8$
- b) $7x + 36 = -3x - 14$
- c) $15 - x = -7 - 2x$
- d) $3x - 7 - 6x = 14x - 39 - 9x$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- a) $2(x - 3) - (3x - 6) = 4(x + 5)$
- b) $2x - 3(5 - 2x) = 5 - 5(x + 4)$
- c) $3x - 3(2 + 5x) = 3(1 - 4x)$
- d) $-4(1 - 2x) - 3 = 2(4x - 5) + 3$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- a) $x - \frac{x}{3} = 1$
- b) $x - \frac{x-1}{2} = 2$
- c) $x - 1 - \frac{2x+1}{5} = -3$
- d) $\frac{x-2}{3} + \frac{3x-2}{5} = 1 - x$

6. La base de un rectángulo es doble que su altura. Halla sus dimensiones sabiendo que su perímetro vale 30 cm. ¿Cuál es su área?

7. Una madre tiene cuatro veces la edad de su hija. Si hace 4 años la madre tenía seis veces la edad de la hija, ¿cuántos años tiene cada una?

8. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

- a) $100x + 20x^2 = 0$
- b) $x^2 - 81 = 0$
- c) $x^2 + 4 = 0$
- d) $x^2 - 6x + 9 = 0$
- e) $-2x^2 + 5x = -12$
- f) $5x^2 - 2x - 3 = 0$
- g) $6x^2 - 13x + 10 = 0$
- h) $6x^2 - x - 1 = 0$

9. Escribe las ecuaciones completas que tienen por solución:

- a) $x = 2, x = 6$
- b) $x = -1, x = 4$
- c) $x = 0, x = -2$
- d) $x = 1, \text{doble}$

10. La base de un rectángulo mide 2 cm más que su altura. Si su área vale 195 cm^2 , halla sus dimensiones.

11. Los lados de un cuadrado de lado x se alargan para formar un rectángulo. Un lado se alarga 4 cm, y otro, 8 cm. Si el área del rectángulo es de 140 cm^2 , ¿cuánto medía el cuadrado original?

12. Resuelve los siguientes sistemas:

- a) $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ x + 3y = -2 \end{cases}$
- b) $\begin{cases} -3x + 4y = 12 \\ x + 3y = 9 \end{cases}$
- c) $\begin{cases} 2x + 5y = 0 \\ 3x + 3y = -1 \end{cases}$
- d) $\begin{cases} 2x - 5y = 1 \\ -4x + 10y = -1 \end{cases}$
- e) $\begin{cases} x - y = -8 \\ x^2 + y^2 = 50 \end{cases}$
- f) $\begin{cases} 2x + y = 10 \\ xy = 12 \end{cases}$

13. Una persona tiene 12 euros en monedas de 1 € y de 0,20 €. Si en total lleva 36 monedas, ¿cuántas lleva de cada clase?

SOLUCIONES

1. a) $x; x - 23$ c) $x = 3x - 12$
 b) $x + x^2$ d) $x + 3x + 9x = 169$

2. Ecuación del apartado c: $x = 6$
 Ecuación del apartado d: $x = 13$

3. a) $x = 5$ c) $x = -22$
 b) $x = -5$ d) $x = 4$

4. a) $x = -4$
 b) $x = 0$
 c) Es incompatible.
 d) La ecuación se cumple para cualquier valor de x .

5. a) $x = \frac{3}{2}$ b) $x = 3$ c) $x = -3$ d) $x = \frac{31}{29}$

6. Base = x ; altura = $\frac{x}{2}$; perímetro = $2x + 2 \cdot \frac{x}{2}$

$$2x + 2 \cdot \frac{x}{2} = 30 \Rightarrow 3x = 30 \Rightarrow x = 10 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = 10 \cdot 5 = 50 \text{ cm}^2$$

7. Edades actuales: hija: x ; madre: $4x$
 Hace 4 años: hija: $x - 4$; madre: $4x - 4$.
 Relación hace 4 años: $4x - 4 = 6(x - 4) \Rightarrow$
 $\Rightarrow 4x - 4 = 6x - 24 \Rightarrow -2x = -20 \Rightarrow x = 10$.
 La hija tiene 10 años; su madre, 40.

8. a) $x = 0; x = -5$ e) $x = 4; x = \frac{-3}{2}$
 b) $x = 9; x = -9$ f) $x = 1; x = \frac{-3}{5}$
 c) No tiene solución. g) No tiene solución
 d) $x = 3$. Solución doble. h) $x = \frac{1}{2}; x = \frac{-1}{3}$

9. a) $x^2 - 8x + 12 = 0$ c) $x^2 + 2x = 0$
 b) $x^2 - 3x - 4 = 0$ d) $x^2 - 2x + 1 = 0$

10. Base: x ; altura: $x - 2$; área = $x \cdot (x - 2) = x^2 - 2x$
 $x^2 - 2x = 195 \Rightarrow x = 15; x = -13$
 La solución válida es $x = 15$ cm.
 Las dimensiones del rectángulo son 15 y 13 cm.

11. Lado del cuadrado: x ; los lados del rectángulo miden: $L_1 = x + 4; L_2 = x + 8 \Rightarrow$
 $\Rightarrow A_R: (x + 4) \cdot (x + 8) = 140 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x^2 + 12x - 108 = 0 \Rightarrow x = 6; x = -18$
 La solución válida es $x = 6$.

12. a) Por sustitución:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ x + 3y = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ x = -2 - 3y \end{cases} \Rightarrow$$

 $\Rightarrow 3(-2 - 3y) - 2y = 5 \Rightarrow y = -1$
 Sustituyendo: $x = -2 + 3 = 1$.

b) Por sustitución:

$$\begin{cases} -3x + 4y = 12 \\ x + 3y = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x + 4y = 12 \\ x = 9 - 3y \end{cases} \Rightarrow$$

 $\Rightarrow -3(9 - 3y) + 4y = 12 \Rightarrow y = 3$
 Sustituyendo: $x = 9 - 9 = 0$.

c) Por reducción:

$$\begin{cases} 2x + 5y = 0 \\ 3x + 3y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} (\cdot 3) \\ (\cdot 2) \end{matrix} \begin{cases} 6x + 15y = 0 \\ 6x + 6y = -2 \end{cases}$$

 Restando: $0x + 9y = 2 \Rightarrow y = \frac{2}{9}$
 Sustituyendo: $x = -\frac{5}{9}$.

d) Por reducción:

$$\begin{cases} 2x - 5y = 1 \\ -4x + 10y = -1 \end{cases} \Rightarrow (\cdot 2) \begin{cases} 4x - 10y = 2 \\ -4x + 10y = -1 \end{cases}$$

 Sumando: $0x + 0y = 1 \Rightarrow 0 = 1$
 El sistema es incompatible.

e) Por sustitución:

$$\begin{cases} x - y = -8 \\ x^2 + y^2 = 50 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y - 8 \\ (y - 8)^2 + y^2 = 50 \end{cases} \Rightarrow$$

 $\Rightarrow y^2 - 8y + 7 = 0 \Rightarrow y = 1; y = 7$
 Sustituyendo en la primera ecuación:
 $y = 1 \Rightarrow x = -7; y = 7 \Rightarrow x = -1$

f) Por sustitución:

$$\begin{cases} 2x + y = 10 \\ xy = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\left(\frac{12}{y}\right) + y = 10 \\ x = \frac{12}{y} \end{cases} \Rightarrow$$

 $\Rightarrow y^2 - 10y + 24 = 0 \Rightarrow y = 6; y = 4$
 Sustituyendo en la ecuación despejada:
 $y = 6 \Rightarrow x = 2; y = 4 \Rightarrow x = 3$

13. Monedas de 1 €: x ; monedas de 0,20 €: y
 Se cumplen: $x + 0,20y = 12$
 $x + y = 36$
 Por reducción: $0,20y - y = 12 - 36 \Rightarrow y = 30$
 Sustituyendo en la segunda ecuación: $\Rightarrow x = 6$.
 Lleva 6 monedas de 1 € y 30 de 0,20 €.

PROPUESTAS DE EVALUACIÓN

6 Ecuaciones y sistemas

CRITERIOS

A. Plantear y resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita aplicando la regla de la suma y del producto.

B. Plantear y resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita con paréntesis y denominadores.

C. Plantear y resolver ecuaciones de segundo grado.

D. Resolver sistemas de ecuaciones de primer grado. Aplicarlos a la resolución de problemas.

E. Resolver sistemas de ecuaciones de segundo grado.

ACTIVIDADES

- Escribe con la incógnita adecuada los siguientes datos:
 - Un número y su doble.
 - Tres números, cada uno el doble que el anterior, que sumen 119.
 - Dos números cuya suma sea 24.
 - Dos números, uno el triple que el otro, cuya suma sea 24.
- Resuelve las ecuaciones planteadas en los apartados b y d del ejercicio anterior.
- Resuelve las siguientes ecuaciones:
 - $5x = 3x - 14$
 - $1 - 5x = 4 - 8x$
 - $x - 2x + 4 = 3x + 17$
 - $13x - 6 + 2x = 16x + 8 - 8x$
- La base de un rectángulo mide 2 cm más que la altura. Halla sus dimensiones sabiendo que su perímetro es 36 cm. ¿Cuál es su área?

- Resuelve las siguientes ecuaciones:
 - $2(4x - 4) - 4(x - 6) = 2x - 4(x + 5)$
 - $-2(2 - 2x) - 5(5 - 5x) = 4(4x - 4)$
 - $2 - 3x + 3(2 - 5x) = -3(2 - 4x)$
- Resuelve las siguientes ecuaciones:
 - $2x - \frac{3x + 1}{2} = -2$
 - $-x + \frac{x}{2} = 5$
 - $2x - 1 - \frac{1 - 3x}{5} = \frac{x}{2}$
 - $\frac{x + 4}{2} + \frac{3x + 1}{3} = \frac{1 - x}{4}$
- Al dejar caer una pelota de tenis desde cierta altura, rebota subiendo $\frac{2}{5}$ de dicha altura. ¿Desde qué altura debe dejarse caer para que después del segundo bote ascienda hasta 2,4 m?
- Javier ha gastado la mitad de su paga semanal en discos de música; la tercera parte de lo que le queda lo gastó en un libro, y con los 4 € restantes se comió una hamburguesa. ¿A cuánto ascendió su paga esa semana?

- Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:
 - $x^2 - 12x = 0$
 - $3x^2 - 75 = 0$
 - $2x^2 - 6x - 6 = 0$
 - $(x + 5)(x - 3) = 20$
 - $x^2 - 10x + 25 = 0$
 - $2x^2 - 10x + 25 = 0$
- Expresa, cuando se pueda, las ecuaciones anteriores como producto de factores.
- La suma de los cuadrados de la edad actual de una chica y de la que tendrá dentro de 3 años es 549. ¿Cuántos años tiene esa chica?

- Resuelve los siguientes sistemas:
 - $\begin{cases} 2x - y = 12 \\ x + 3y = -1 \end{cases}$
 - $\begin{cases} x - y = -1 \\ 4x - 3y = 0 \end{cases}$
 - $\begin{cases} 4x + 3y = -3 \\ 2x - 4y = 8 \end{cases}$
 - $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ -4x + 2y = 2 \end{cases}$
- Se mezclan dos tipos de pipas, unas que cuestan 6 € el kilogramo con otras de 8 € el kilogramo, obteniéndose 200 kg de mezcla. Si la mezcla sale a 7,5 €/kg, ¿cuántos kilogramos de cada tipo se han mezclado?

- Resuelve los siguientes sistemas:
 - $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x^2 + y = 5 \end{cases}$
 - $\begin{cases} x^2 + y = 13 \\ 2x - 3y = -6 \end{cases}$
- Una piscina rectangular es 10 m más larga que ancha. Si tiene una superficie de 600 m², ¿cuáles son sus dimensiones?

SOLUCIONES

1. a) x y $2x$ c) $x + y = 24$
b) $x + 2x + 4x = 119$ d) $x + 3x = 24$

2. Ecuación b: $x + 2x + 4x = 119 \Rightarrow x = 17$
Ecuación d: $x + 3x = 24 \Rightarrow x = 6$

3. a) $x = -7$ c) $x = -\frac{13}{4}$
b) $x = 1$ d) $x = 2$

4. Altura = x ; base = $x + 2$
Perímetro = $2x + 2 \cdot (x + 2) = 4x + 4$
 $4x + 4 = 36 \Rightarrow 4x = 32 \Rightarrow x = 8$ cm
Área = $10 \cdot 8 = 80$ cm²

5. a) $x = -6$
b) $x = 1$
c) $x = \frac{7}{15}$

6. a) $4x - (3x + 1) = -4 \Rightarrow x = -3$
b) $-2x + x = 10 \Rightarrow x = -10$
c) $10(2x - 1) - 2(1 - 3x) = 5x \Rightarrow x = \frac{4}{7}$
d) $6(x + 4) + 4(3x + 1) = 3(1 - x) \Rightarrow$
 $\Rightarrow x = -\frac{25}{21}$

7. $\frac{2}{5} \left(\frac{2}{5}x\right) = 2,4 \Rightarrow 4x = 60 \Rightarrow x = 15$ m

8. $x = \frac{x}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{x}{2} + 4 \Rightarrow 6x = 3x + x + 24 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x = 12$ €

9. a) $x = 0$; $x = 12$
b) $x = \pm 5$
c) $x = 4$; $x = -1$
d) $x = 5$; $x = -7$
e) $x = 5$. Solución doble.
f) No tiene solución.

10. a) $x(x - 12) = 0$
b) $3(x - 5)(x + 5) = 0$
c) $2(x - 4)(x + 1) = 0$
d) $(x - 5)(x + 7) = 0$
e) $(x - 5)^2 = 0$
f) No puede descomponerse en factores.

11. Edad actual: x ; dentro de 3 años: $x + 3$.
 $x^2 + (x + 3)^2 = 549 \Rightarrow 2x^2 + 6x - 540 = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x = 15$; $x = -18$
La chica tiene 15 años. El resultado $x = -18$ no es válido.

12. a) Por sustitución: $\begin{cases} y = 2x - 12 \\ x + 3y = -1 \end{cases} \Rightarrow$
 $\Rightarrow x + 3(2x - 12) = -1 \Rightarrow x = 5$
Sustituyendo: $y = -2$.

b) Por reducción: $\Rightarrow \begin{cases} 4x - 4y = -4 \\ 4x - 3y = 0 \end{cases}$
Restando: $0x - y = -4 \Rightarrow y = 4$.
Sustituyendo: $x = 3$.

c) Por reducción: $\Rightarrow \begin{cases} 4x + 3y = -3 \\ 4x - 8y = 16 \end{cases}$
Restando: $0x + 11y = -19 \Rightarrow y = -\frac{19}{11}$
Sustituyendo: $x = \frac{6}{11}$

d) Por sustitución: $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ -4x + 2y = 2 \end{cases} \Rightarrow$
 $\Rightarrow -4x + 2(2x - 3) = 2 \Rightarrow -6 = 2$
El sistema es incompatible.

13. $x =$ kg de 6 €/kg; $y =$ kg de 8 €/kg.
 $\begin{cases} x + y = 200 \\ 6x + 8y = 7,5 \cdot 200 \end{cases}$

Por sustitución: $x = 200 - y \Rightarrow$
 $\Rightarrow 6(200 - y) + 8y = 1500 \Rightarrow y = 150$.
Se sustituye en la ecuación despejada: $x = 50$
La mezcla es 50 kg de 6 €/kg y 150 kg de 8 €/kg.

14. a) Por sustitución:
 $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ x^2 + y = 5 \end{cases} \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 5 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow x = 2$; $x = -4$
Si $x = 2 \rightarrow y = 1$.
Si $x = -4 \rightarrow y = -11$

b) Por sustitución:
 $\begin{cases} y = 13 - x^2 \\ 2x - 3y = -6 \end{cases} \Rightarrow 2x - 3(13 - x^2) = -6 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x^2 + 2x - 33 = 0 \Rightarrow x = 3$; $x = -\frac{11}{3}$
Si $x = 3 \rightarrow y = 4$.
Si $x = -\frac{11}{3} \rightarrow y = -\frac{4}{9}$

15. Si x es el largo e y el ancho, se tiene:
 $\begin{cases} x - y = 10 \\ xy = 600 \end{cases}$
Por sustitución:
 $\begin{cases} x = 10 + y \\ (10 + y)y = 600 \end{cases} \Rightarrow$
 $\Rightarrow y^2 + 10y - 600 = 0 \Rightarrow y = 20$; $y = -30$
La solución válida es $y = 20$, que es el ancho de la piscina. El largo será de 30 m.

6 Sistemas de ecuaciones

1. Comprueba si los pares de valores de x e y que se dan son solución de la ecuación $x - 3y = 5$.

$$x = 1 \quad y = 0$$

$$x = 2 \quad y = 2$$

$$x = 2 \quad y = -1$$

$$x = 5 \quad y = 0$$

2. Encuentra soluciones comunes de las ecuaciones $4x - y = 5$; $x + 3y = -2$. ¿Qué tipo de sistema forman ambas ecuaciones?

3. Indica si el sistema es compatible o incompatible, y en el caso de ser compatible, el tipo:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + 3y = 4 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 3x - y = 1 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x - 2y = 0 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 4x + 2y = 6 \end{cases}$$

4. Resuelve por sustitución:

$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + y = -2 \end{cases}$$

5. Resuelve por reducción:

$$\text{a) } \begin{cases} x - 3y = 7 \\ -2x + 4y = -16 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x + 5y = 8 \\ 3x - 2y = -7 \end{cases}$$

6. Resuelve los siguientes sistemas por el método que quieras:

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 3 \\ 5x - y = 3 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x - 4y = 6 \\ x + 3y = -2 \end{cases}$$

7. Los padres de Ángel parten de Burgos en su coche, con una velocidad media de 75 km/h. Una hora después sale su hermano mayor, alcanzando con su coche una velocidad media de 95 km/h. ¿A qué distancia de Burgos les dará alcance?

8. La suma de dos números es 20 y su diferencia es 6. Halla dichos números.

9. Tres kilos de naranjas y dos de manzanas nos han costado 6,60 euros. Si hubiésemos comprado dos kilos de naranjas y tres de manzanas, nos habrían costado 6,90 euros. Averigua el precio del kilo de cada tipo de fruta.

10. Un pastor le dice a otro: «Si me das una oveja, tendré el doble que tú». Y el otro le responde: «Si me la das tú a mí, los dos tendremos el mismo número de ovejas». ¿Cuántas ovejas tiene cada uno?

SOLUCIONES

1. Para comprobarlo, basta sustituir y ver si verifican la ecuación:

$$x = 1, y = 0: \quad 1 - 3 \cdot 0 \neq 5 \quad \text{No es solución.}$$

$$x = 2, y = 2: \quad 2 - 3 \cdot 2 \neq 5 \quad \text{No es solución.}$$

$$x = 2, y = -1: \quad 2 - 3(-1) = 5 \quad \text{Es solución.}$$

$$x = 5, y = 0: \quad 5 - 3 \cdot 0 = 5 \quad \text{Es solución.}$$

2. Damos valores

$$x = 0: \quad \text{En la primera ecuación: } 4 \cdot 0 - y = 5 \Rightarrow y = -5$$

$$\text{En la segunda ecuación: } 0 + 3y = -2 \Rightarrow y = -\frac{2}{3}$$

$$x = 1: \quad \text{En la primera ecuación: } 4 \cdot 1 - y = 5; y = -1$$

$$\text{En la segunda ecuación: } 1 + 3y = -2; y = -1$$

Luego $(1, -1)$ es solución. El sistema es compatible determinado.

3. a) Compatible determinado.
b) Compatible determinado.
c) Incompatible.
d) Compatible indeterminado.

4. Despejamos y en la segunda ecuación:

$$y = -2 - x$$

Sustituimos en la primera:

$$2x - (-2 - x) = 5 \Rightarrow 2x + 2 + x = 5 \Rightarrow x = 1$$

Sustituyendo el valor obtenido:

$$y = -2 - 1 \Rightarrow y = -3 \quad \text{Solución: } (1, -3)$$

5. a) Multiplicamos por 2 la primera ecuación:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 6y = 14 \\ -2x + 4y = -16 \end{array} \right\}$$

$$\text{Sumando: } -2y = -2 \quad y = 1$$

$$\text{Sustituimos: } x - 3 \cdot 1 = 7 \Rightarrow x = 10$$

Solución: $(10, 1)$

- b) Multiplicamos la primera ecuación por 3 y la segunda por 2:

$$\left. \begin{array}{l} 6x + 15y = 24 \\ 6x - 4y = -14 \end{array} \right\}$$

Restamos la segunda a la primera:

$$19y = 38 \Rightarrow y = 2$$

$$\text{Luego } 2x + 5 \cdot 2 = 8; x = -1$$

Solución: $(-1, 2)$

6. a) Por reducción, sumando ambas ecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 3 \\ 5x - y = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow 6x = 6 \Rightarrow x = 1, y = 2$$

- b) Por sustitución, despejando x en la primera ecuación y simplificando:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 4y = 6 \\ x + 3y = -2 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 3 + 2y \\ (3 + 2y) + 3y = -2 \end{array} \right\}$$

$$5y = -5 \Rightarrow y = -1, x = 1$$

7. Llamemos t al tiempo invertido por el hermano de Ángel. El espacio recorrido por ambos coches es el mismo.

$$\text{Planteamos: } 75 \cdot (t + 1) = 95 \cdot t$$

$$75t + 75 = 95t; \quad 75 = 20t$$

$$t = 3 \text{ horas } 45 \text{ minutos}$$

Les da alcance a 356,25 kilómetros de Burgos.

8. Sean x e y los números dados:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 20 \\ x - y = 6 \end{array} \right\}$$

$$2x = 26 \Rightarrow x = 13, y = 7$$

9. Llamando x al kilo de naranjas e y al de manzanas, tenemos:

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 2y = 6,60 \\ 2x + 3y = 6,90 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} -6x - 4y = -13,20 \\ 6x + 9y = 20,70 \end{array} \right\}$$

$$5y = 7,50 \Rightarrow y = 1,50, x = 1,20$$

10. El kilo de naranjas cuesta 1,20 euros y el de manzanas 1,50 euros.

Sea x el número de ovejas que tiene el primer pastor, e y las que tiene el segundo:

$$\left. \begin{array}{l} x + 1 = 2(y - 1) \\ x - 1 = y + 1 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} x - 2y = -3 \\ x - y = 2 \end{array} \right\}$$

$$y = 5, x = 7$$