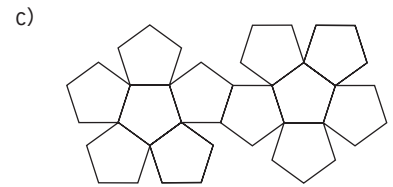
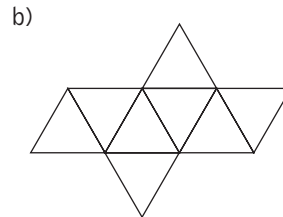
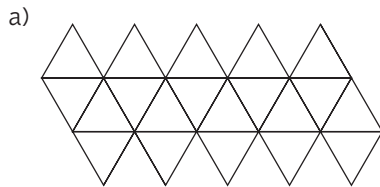


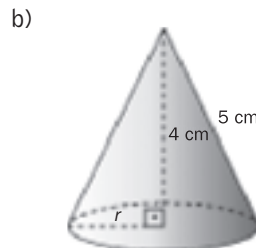
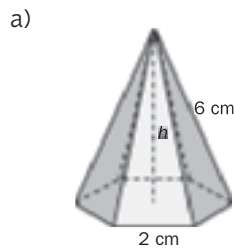
# 12 | Cuerpos geométricos. Propiedades métricas

1. El ángulo rectilíneo de un diedro mide  $57^\circ 42' 57''$ . Calcula el valor de los diedros complementario y suplementario.

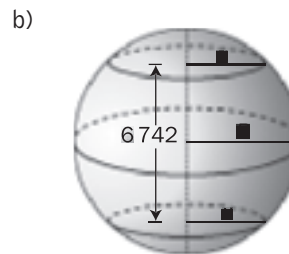
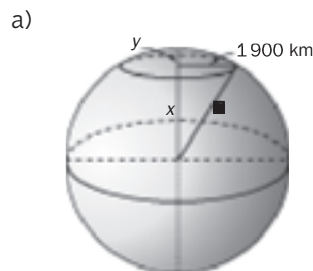
2. Identifica cada uno de los poliedros regulares que se corresponden con los desarrollos:



3. Calcula el elemento que falta en los siguientes cuerpos:



4. Calcula las medidas que faltan, sabiendo que el radio de la Tierra es  $R = 6\,371$  km.



5. Calcula la medida de la diagonal de los siguientes ortoedros cuyas aristas, en centímetros, miden:

a)  $x = 8, y = 8, z = 6$

b)  $x = 3, y = 7, z = 9$

6. Calcula el área de una de las caras de un octaedro regular de arista 6 cm.

7. En una pirámide recta de base cuadrada, la arista de la base mide 14 cm y la arista lateral 19 cm. Calcula:

a) La altura de la cara.

b) La altura de la pirámide.

8. Calcula la medida de la generatriz de un cono de altura 15 cm sabiendo que el diámetro de la base es 18 cm.

9. Una torre está formada por un prisma recto de base hexagonal, coronado por una pirámide de base también hexagonal. La arista de la base del prisma es 6 m, la altura 20 m y la longitud de la arista lateral de la pirámide mide 8 m. Calcula la altura de la torre.

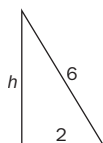
10. Se corta una esfera de 30 cm de diámetro por un plano a 12 cm del centro. Calcula el perímetro de la circunferencia que se origina.

# SOLUCIONES

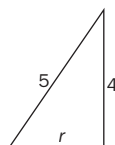
1. Complementario:  $90^\circ - 57^\circ 42' 57'' = 32^\circ 17' 3''$   
 Suplementario:  $180^\circ - 57^\circ 42' 57'' = 122^\circ 17' 3''$

2. a) Icosaedro.    b) Octaedro.    c) Dodecaedro.

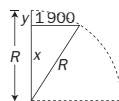
3. a)  $h^2 + 2^2 = 6^2 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow h^2 = 36 - 4 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow h^2 = 32 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow h = \sqrt{32}$



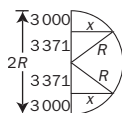
b)  $r^2 + 4^2 = 5^2 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow r^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow r = 3$

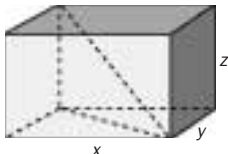


4. a)  $x^2 + 1900^2 = 6371^2 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow x^2 = 6081,09$   
 $y = 6371 - 6081,09 = 289,91$



b)  $3371^2 + x^2 = 6371^2 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow x = 5406,1$



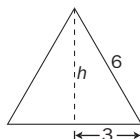
5.  Sea  $d$  la diagonal:  
 $d = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

a)  $d = \sqrt{8^2 + 8^2 + 6^2} = \sqrt{164}$  cm

b)  $d = \sqrt{3^2 + 7^2 + 9^2} = \sqrt{139}$  cm

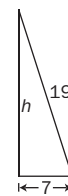
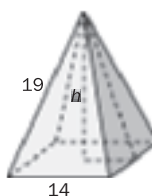
6. Cada cara del octaedro es un triángulo equilátero cuyo lado mide 6 cm.

$h = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27}$  cm



Área del triángulo =  $\frac{b \cdot h}{2} = \frac{6 \cdot \sqrt{27}}{2} = 3\sqrt{27}$  cm<sup>2</sup>

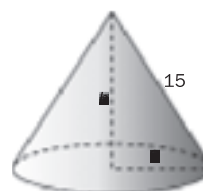
7. Cada una de las cuatro caras laterales es un triángulo isósceles, cuya base mide 14 cm y cada uno de los lados iguales mide 19 cm.



Altura de la cara lateral =  $\sqrt{19^2 - 7^2} = \sqrt{312}$  cm

Altura de la pirámide =  $\sqrt{312 - 7^2} = \sqrt{263}$  cm

8.  $h = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{144} = 12$  cm

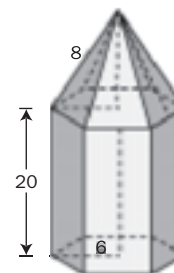


9. La altura de la torre es la suma de la altura del prisma y de la altura de la pirámide.

La altura de la pirámide es:

$h = \sqrt{8^2 - 6^2} = \sqrt{28} = 5,29$  m

La altura de la torre es:  
 $20 + 5,29 = 25,29$  m



10. El radio de la circunferencia que se origina por el corte es:

$r = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$  cm



La longitud de la circunferencia es:

$L = 2 \pi r = 18 \pi$  cm

# 12 | Cuerpos geométricos. Propiedades métricas

- Una buhardilla tiene forma de prisma triangular tumbado. Los triángulos son equiláteros y sus lados miden 3 m, la altura del prisma es de 7 m. Calcula la distancia de uno de los vértices superiores al punto medio, sobre el suelo, de la pared triangular opuesta.
- En una pirámide recta de base cuadrada la diagonal de la base es  $\sqrt{128}$  cm y la altura 10 cm, se corta la pirámide por un plano paralelo a la base a una altura de 6 cm. Calcula el área de la base superior del tronco de pirámide.
- Un cono recto de 5 cm de radio y 12 cm de altura se corta por un plano paralelo a la base a una distancia del vértice del cono de 5 cm.

Haz un dibujo de la situación que se describe.

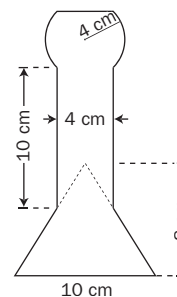
Calcula la longitud de la generatriz del tronco de cono.

- Calcula el perímetro de la base, la apotema y la altura de un prisma recto hexagonal, sabiendo que la suma de todas las aristas del prisma es 72 cm y que la altura mide el doble que un lado de la base.

- Una figura de cristal está formada por una esfera, un cilindro y un cono.

La figura adjunta muestra la sección de dicha figura.

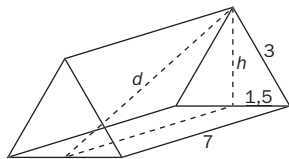
Calcula la altura de la misma.



- ¿Cuál es la distancia entre dos ciudades situadas en la intersección del ecuador y un huso de ángulo  $4^\circ$ ? ¿Y si están situadas en la intersección con un paralelo que dista 3 000 km del polo norte?

# SOLUCIONES

1. Se tiene que determinar la distancia  $d$  de la figura.

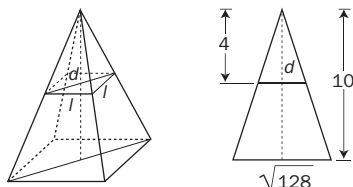


Para ello se necesita conocer  $h$ , que es la altura de un triángulo equilátero de lado 3 m.

$$h = \sqrt{3^2 - (1,5)^2} = \sqrt{6,75} = 2,6 \text{ cm}$$

$$d = \sqrt{7^2 + 6,75} = \sqrt{55,75} = 7,47 \text{ cm}$$

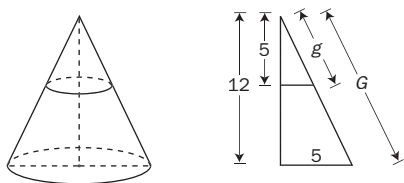
2. A partir de los datos de la figura, utilizando semejanza de triángulos  $ABC$  y  $AB'C'$  se puede establecer:



$$\frac{\sqrt{128}}{10} = \frac{d}{4} \Rightarrow d = \frac{2\sqrt{128}}{5} = 4,53 \text{ cm}$$

$$\text{A. base superior} = l^2 = \frac{d^2}{2} = \frac{4 \cdot 128}{2} = 256 = 16^2 \text{ cm}^2$$

3. La figura representa la situación descrita.



Por el teorema de Pitágoras:

$$G = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13 \text{ cm}$$

Por semejanza de triángulos se tiene que:

$$\frac{12}{G} = \frac{5}{g} \Rightarrow \frac{12}{13} = \frac{5}{g} \Rightarrow g = \frac{65}{12} = 5,42 \text{ cm}$$

La generatriz del tronco de cono mide:

$$13 - 5,42 = 7,58 \text{ cm}$$

4. Se llama  $l$  a la longitud de cada arista de la base, y  $h$  a la longitud de las aristas laterales.

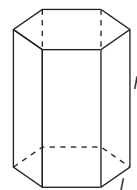
$$12l + 6h = 72$$

Como  $h = 2l$ , entonces:

$$24l = 72 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow l = 3 \text{ cm}$$

Y el perímetro de la base es 18 cm y la altura 36 cm.



5. La altura del florero es:  $h = 2x + 10 + z$

Se calcula  $x$ :

$$x = \sqrt{4^2 - 2^2} =$$

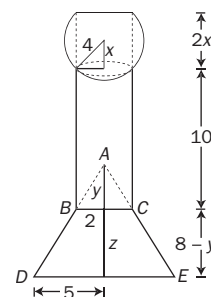
$$= \sqrt{12} = 3,46 \text{ cm}$$

Como  $z = 8 - y$  se puede calcular  $y$  por semejanza de los triángulos  $ABC$  y  $ADE$ .

$$\frac{8}{5} = \frac{y}{2} \Rightarrow y = 3,2 \text{ cm}$$

$$z = 8 - 3,2 = 4,8 \text{ cm}$$

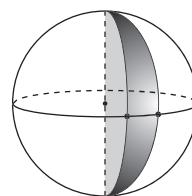
$$\text{Luego se tiene que } h = 2 \cdot 3,46 + 10 + 4,8 = 21,72 \text{ cm}$$



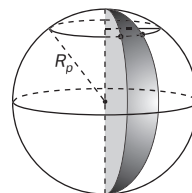
6. Sobre el ecuador.

Para calcular la distancia se utiliza la fórmula de la longitud de un arco:

$$D = \frac{2\pi \cdot 6371 \cdot 4^\circ}{360^\circ} = 444,76 \text{ km}$$



Sobre el paralelo:



El radio del paralelo es:

$$r = \sqrt{6371^2 - 3371^2} = 5406 \text{ km}$$

$$D = \frac{2\pi \cdot 5406 \cdot 4^\circ}{360^\circ} = 377,41 \text{ km}$$