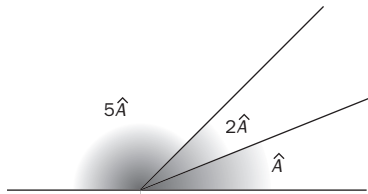


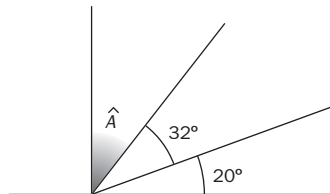
# 10 | Triángulos. Propiedades métricas

1. En las siguientes figuras halla el valor de los ángulos desconocidos:

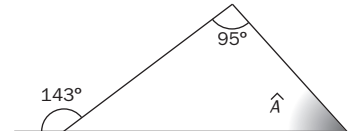
a)



b)



c)



2. Un pentágono tiene dos ángulos rectos y los otros tres son iguales. Calcula la medida de estos ángulos.

3. La suma de los ángulos interiores de un polígono es  $1\ 080^\circ$ . ¿Cuántos lados tiene el polígono?

4. En un triángulo isósceles el ángulo desigual es la tercera parte de la suma de los otros dos. ¿Cuánto mide cada ángulo?

5. Construye un triángulo de lados 7, 8 y 9 cm. Dibuja una circunferencia inscrita en el triángulo.

6. En un triángulo de lados 3, 4 y 5 cm, construye una circunferencia que pase por sus vértices. ¿Qué rectas notables del triángulo hay que trazar?

7. Dibuja un triángulo equilátero inscrito en una circunferencia de radio 2 cm. Une cada vértice con el centro de la circunferencia.

a) ¿Cuánto mide cada ángulo central?

b) ¿Cómo es cada uno de los tres triángulos que se forman?

c) ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos de dichos triángulos? ¿Son iguales?

8. Los lados de un triángulo miden 7, 11 y 14 cm respectivamente. Cuánto medirán los lados de otro triángulo semejante cuya razón de semejanza sea:

a)  $\frac{1}{7}$

b)  $\frac{5}{2}$

c) 0,5

9. Averigua cuáles de las siguientes parejas de triángulos son semejantes y calcula la razón de semejanza:

a) Lados 3, 5, 7 cm y lados 9, 15 y 21 cm.

b) Lados 3, 6 y 12 cm y lados 2, 4 y 8 cm.

c) Lados 5, 9 y 13 cm y lados 2,5; 4,5 y 6 cm.

10. Un edificio de 62 m de altura produce una sombra de 40 m. ¿Cuánto medirá una farola cuya sombra es de 2,1 m?

# SOLUCIONES

1. a)  $180^\circ = 8\hat{A}$ ;  $\hat{A} = 22^\circ 30'$   
 b)  $\hat{A} = 90^\circ - (20^\circ + 32^\circ) = 38^\circ$   
 c)  $\hat{A} = 180^\circ - [95^\circ + (180^\circ - 143^\circ)] = 48^\circ$

2. Sea  $\hat{A}$  uno de los ángulos pedidos:  
 $540^\circ = 2 \cdot 90^\circ + 3 \hat{A}$ ;  $\hat{A} = 120^\circ$

3. Sea  $n$  el número de lados del polígono:  
 $1080^\circ = 180^\circ (n - 2)$ ;  $n - 2 = 6$ ;  $n = 8$  lados.  
 Se trata de un octógono.

4. Identificamos por  $\hat{A}$  los ángulos iguales del triángulo y por  $\hat{B}$  el ángulo desigual:

$$\hat{B} = \frac{2\hat{A}}{3}$$

Por otra parte:

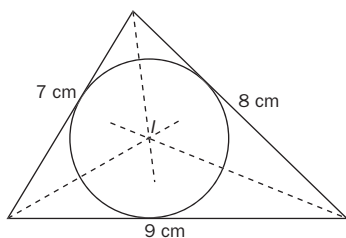
$$2\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ$$

$$2\hat{A} + \frac{2\hat{A}}{3} = 180^\circ \Rightarrow$$

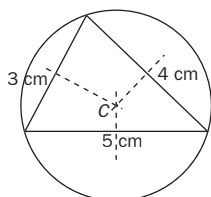
$$\Rightarrow 8\hat{A} = 540^\circ \Rightarrow \hat{A} = 67^\circ 30'$$

Así, el triángulo tiene dos ángulos de  $67^\circ 30'$  y uno de  $45^\circ$ .

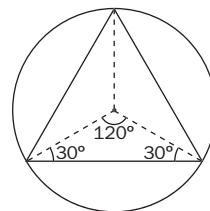
5. Se dibujan las bisectrices del triángulo para encontrar el incentro.



6. Se dibujan las mediatrices del triángulo para encontrar el circuncentro.



7.



- a) Cada ángulo central mide  $120^\circ$ .  
 b) Los tres triángulos son isósceles.  
 c) Cada triángulo tiene un ángulo de  $120^\circ$  y dos ángulos de  $30^\circ$ .

Los tres triángulos son iguales, ya que tienen los tres ángulos iguales y un lado igual.

8. a)  $1, \frac{11}{7}$  y 2 cm.

b) 17,5; 27,5 y 35 cm.

c) 3,5; 5,5 y 7 cm.

9. a)  $\frac{9}{3} = \frac{15}{5} = \frac{21}{7} = 3$ , son semejantes.

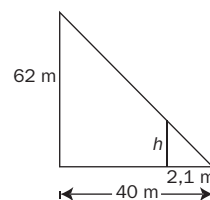
La razón de semejanza es 3.

- b)  $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ , son semejantes.

La razón de semejanza es  $\frac{2}{3}$ .

- c)  $\frac{2,5}{5} = \frac{4,5}{9} = \frac{1}{2} \neq \frac{6}{13}$ , no son semejantes.

10.

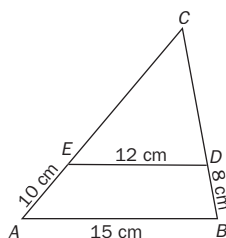


Los triángulos son semejantes, por tanto:

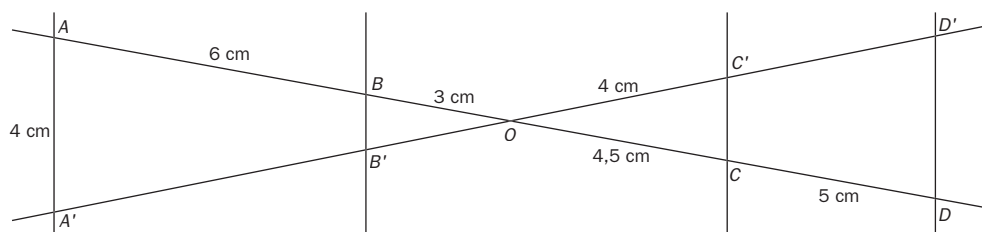
$$\frac{62}{h} = \frac{40}{2,1}; h = \frac{62 \cdot 2,1}{40} = 3,255 \text{ m}$$

# 10 | Triángulos. Propiedades métricas

1. ¿Cuál es la medida de un ángulo cuya amplitud es  $\frac{5}{12}$  de un ángulo recto? ¿Cuánto miden su complementario y su suplementario? ¿Y si se utiliza como unidad un ángulo recto?
2. Encuentra una fórmula que permita calcular la suma de los ángulos exteriores de un polígono de  $n$  lados.
3. Calcula la longitud de los lados de un triángulo de 120 cm de perímetro semejante a otro de lados 6, 10 y 14 cm.
4. Calcula el perímetro del triángulo  $EDC$  de la figura:



5. Dada la siguiente figura:



Calcula los segmentos  $A'B'$ ,  $OB'$ ,  $BB'$  y  $C'D'$ .

6. Una persona de 1,75 m de altura quiere medir la altura de un edificio situado a 250 m de distancia. Coloca una varilla de 2,25 m de longitud, entre él y el edificio, a una distancia de 2 m de su posición. De esta forma consigue una visual que parte de él, pasa por el extremo superior de la varilla y alcanza el punto más alto del edificio. ¿Qué altura tiene el edificio?

# SOLUCIONES

1. El ángulo mide  $\frac{5}{12} \cdot 90^\circ = 37^\circ 30'$ .

Su complementario mide  $90 - 37^\circ 30' = 52^\circ 30'$ .

Su suplementario mide  $180 - 37^\circ 30' = 142^\circ 30'$ .

En términos de ángulos rectos:

Su complementario mide  $1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$  ángulos rectos.

Su suplementario mide  $2 - \frac{5}{12} = \frac{19}{12}$  ángulos rectos.

2. Se considera la siguiente tabla:

N.º de lados	Suma de los ángulos
3	$3 \cdot 360^\circ - 180^\circ$
4	$4 \cdot 360^\circ - 2 \cdot 180^\circ$
5	$5 \cdot 360^\circ - 3 \cdot 180^\circ$
6	$6 \cdot 360^\circ - 4 \cdot 180^\circ$

Observa que:

— El número que multiplica a  $360^\circ$  coincide con el número de lados del polígono.

— El número que multiplica a  $180^\circ$  coincide con el número de lados del polígono menos dos.

— Por tanto podemos escribir, para un polígono de  $n$  lados:

$$\begin{aligned} \text{Suma} &= 360^\circ n - 180^\circ (n - 2) = \\ &= 180^\circ (2n - n + 2) = 180^\circ (n + 2) \end{aligned}$$

3. Sea  $x$  la razón de proporcionalidad.

Se tiene que:

$$6x + 10x + 14x = 120 \Rightarrow 30x = 120 \Rightarrow x = 4$$

Por tanto la longitud de los lados es: 24, 40 y 56 cm, respectivamente.

4. Los triángulos  $ABC$  y  $EDC$  son semejantes, por tanto:

$$\frac{EC}{EC + 10} = \frac{12}{15} \Rightarrow 15EC = 12EC + 120 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow EC = 40 \text{ cm}$$

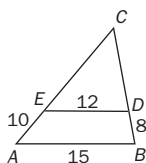
$$\frac{DC}{DC + 8} = \frac{12}{15} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 15DC = 12DC + 96 \Rightarrow$$

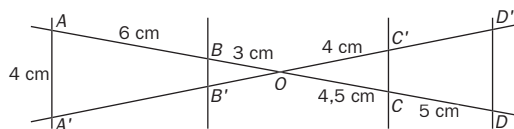
$$\Rightarrow DC = 32 \text{ cm}$$

El perímetro del triángulo  $EDC$  es:

$$40 + 32 + 12 = 84 \text{ cm}$$



5. Todos los triángulos de la figura son semejantes.



En los triángulos  $OAA'$  y  $OB B'$ :

$$\frac{OB}{OA} = \frac{BB'}{AA'} \Rightarrow \frac{3}{9} = \frac{BB'}{4} \Rightarrow BB' = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} \text{ cm}$$

En los triángulos  $OCC'$  y  $OB B'$ :

$$\frac{OB}{OC} = \frac{OB'}{OC'} \Rightarrow \frac{3}{4,5} = \frac{OB'}{4} \Rightarrow OB' = \frac{12}{4,5} = \frac{8}{3} \text{ cm}$$

En los triángulos  $OAA'$  y  $OB B'$ :

$$\frac{OB}{OA} = \frac{OB'}{OA'} \Rightarrow \frac{3}{9} = \frac{\frac{8}{3}}{OA'} \Rightarrow OA' = \frac{\frac{8}{3} \cdot 9}{3} = 8 \text{ cm}$$

De aquí se deduce que:

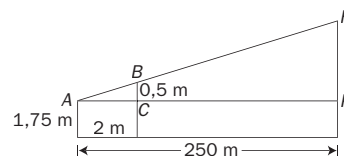
$$A'B' = OA' - OB' = 8 - \frac{8}{3} = \frac{16}{3}$$

En los triángulos  $OCC'$  y  $ODD'$ :

$$\frac{OD}{OC} = \frac{OD'}{OC'} \Rightarrow \frac{9,5}{4,5} = \frac{4 + C'D'}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C'D' = \frac{9,5 \cdot 4}{4,5} - 4 = \frac{20}{4,5} = \frac{40}{9} \text{ cm}$$

6. Por semejanza de triángulos:



$$\frac{AC}{AP} = \frac{CB}{PH} \Rightarrow \frac{2}{250} = \frac{0,5}{PH} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow PH = \frac{250 \cdot 0,5}{2} = 62,5 \text{ m}$$

La altura del edificio es  $62,5 + 1,75 = 64,25 \text{ m}$ .