

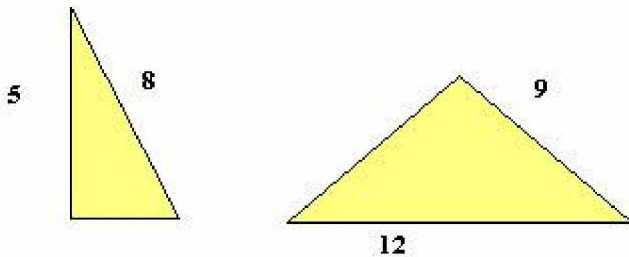
4ª Parte: Geometría

Propiedades de las figuras planas y cuerpos geométricos

Poliedros regulares

La esfera. El globo terráqueo

1. Dibuja un triángulo equilátero e indica en él sus puntos notables: baricentro, incentro, circuncentro y ortocentro. ¿Qué observas?
2. En un triángulo equilátero, la circunferencia inscrita tiene un radio de 4cm. ¿Cuánto mide el radio de la circunferencia circunscrita?
3. Calcula la longitud del lado desconocido de cada triángulo rectángulo:

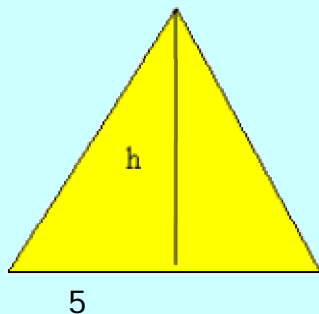


4. Calcula la altura de un triángulo equilátero de 10cm de lado.

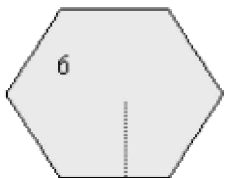
Solución

Por ser equilátero la altura "cae" en el punto medio de la base.

$$\text{Por el teorema de Pitágoras } h^2 = 10^2 - 5^2 = 75 \quad \text{y} \quad h = \sqrt{75}$$



5. Calcula la longitud de la apotema de un hexágono regular de 6cm de lado



6. Calcula el radio de una circunferencia inscrita y el de la circunferencia circunscrita a un hexágono regular de 10cm de lado.

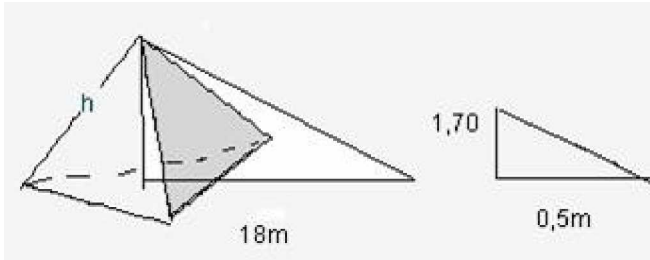
7. Los lados de un triángulo A'B'C' miden el doble que los del ABC. Si la superficie del primero es 18dm^2 . ¿Cuál será la superficie del segundo?

8. La razón de las áreas de dos polígonos semejantes es 25/49. ¿cuál es la razón de sus lados?

9. Dos ciudades que en la realidad están a 900km, aparecen en el mapa separadas 6cm. ¿A qué escala se ha dibujado el mapa?

10. Calcula la distancia a que se encuentran 2 ciudades si en el plano están a 13 cm. Datos: escala 1: 1800000.

11. Calcula la altura de la pirámide sabiendo que la sombra que proyecta es de 18 m y que la sombra que proyecta Tales es de 0,5m. Nota. Tales mide 1,70 m



12. Halla la longitud del arco de curva y el área de un sector circular de 10cm y de ángulo 60°

Solución

La longitud del arco es
$$L = \frac{2\pi R \cdot \alpha}{360^\circ} = \frac{2\pi \cdot 10 \cdot 60^\circ}{360^\circ} = 10,472\text{cm}$$

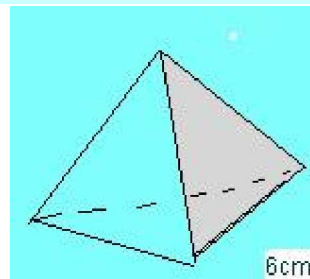
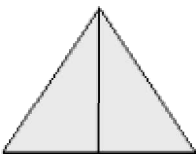
El área del sector circular
$$A = \frac{\pi R^2 \cdot \alpha}{360^\circ} = \frac{\pi \cdot 100 \cdot 60^\circ}{360^\circ} = 52,36\text{cm}^2$$

13. Una nave tiene 12m de largo, 10m de ancho y 4m de alto. Se trata de llenarla de cajas cúbicas de 1m de lado. ¿Cuántas cajas se necesitan?

14. Calcula la superficie de un tetraedro regular de 6cm de arista.

Solución

El tetraedro regular está formado por 4 triángulos equiláteros de 6cm de lado

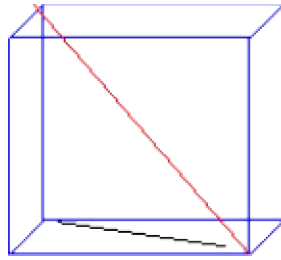


6
$$h = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} = 5,19$$

3
$$A = \frac{6 \cdot 5,19}{2} = 15,58$$

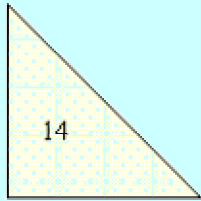
El área total $A_T = 4 \cdot 15,58 = 62,35\text{cm}^2$

15. Calcula el valor de las diagonales de los cubos cuyas aristas miden:



a) 1cm; b) 4cm

16. Un cono recto tiene 5cm de radio de la base y 14cm de altura. Calcula:



a) El área de la base; b) El área lateral; c) El área total; d) El volumen del cono.

Solución

a) $A_B = \pi R^2 = 78,54$; b) $A_L = \pi R g = 233,57$

g

$$g = \sqrt{5^2 + 14^2} = \sqrt{221} = 14,87$$

c) $A_T = 78,54 + 233,57 = 312,11 \text{cm}^2$

5

El volumen del cono $V = \frac{\pi R^2 h}{3} = \frac{\pi \cdot 25 \cdot 14}{3} = 366,52$

17. Calcular el área de la superficie de una esfera de 5cm de radio.

18. Si la superficie de una pelota mide 1325cm^2 ¿cuánto mide su radio?

19. El radio de una esfera es 10cm. ¿Cuál es la altura de un casquete esférico cuya área es la cuarta parte de la superficie esférica?

20. Calcula los ángulos de los husos iguales determinados por:

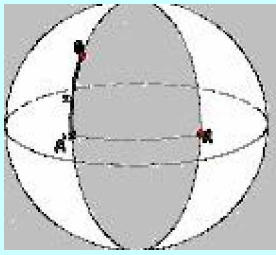
a) 12 meridianos; b) 24 meridianos; c) 30 meridianos.

Solución : a) Los 12 husos tienen 360° : por tanto un huso medirá $\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$

21. Halla el área de la superficie de la tierra, si su radio es 6370km.

22. Halla la razón del área de la superficie terrestre a la de la Luna, admitiendo para diámetro de ésta 404km.

23. a) Hallar el área del huso esférico de la figura de ángulo 60° y radio 202km (de la Luna).
b) Halla el volumen de la cuña esférica limitado por el huso anterior y dos semicírculos máximos



60°

$$S = \frac{4\pi R^2 \alpha}{360^\circ} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 202^2 \cdot 60^\circ}{360^\circ} = 8546 \text{ km}^2$$

$$V = \frac{\frac{4}{3} \pi r^3 \alpha}{360^\circ} = \frac{\pi r^3 \alpha}{270^\circ} = 5754299,77 \text{ km}^3$$

24. Halla el volumen de una esfera cuya área es $256\pi \text{ cm}^2$.

25. Una esfera de plomo de 6,203cm de diámetro por fusión y moldeo se ha convertido en cubo. ¿cuál será el volumen de éste? ¿Y cuál su arista?

Transformaciones geométricas

Movimientos en el plano: Traslaciones, giros y simetrías.

Homotecias.

1. Dados los puntos A(-1, 4) y B(2, 3) calcula las coordenadas de los vectores \vec{AB} y \vec{BA} . ¿Cómo son entre sí estos vectores?. Dibújalos.

2. En una traslación de vector $v = (2, 3)$, se sabe que el transformado del punto C es C'(-3, 6). Halla las coordenadas del punto C.

Solución. La ecuación de la traslación es

$(x', y') = (x, y) + (v_1, v_2)$, sustituyendo $(-3, 6) = (x, y) + (2, 3)$, de donde:

$$-3 = x + 2 \Rightarrow x = -5$$

$$6 = y + 3 \Rightarrow y = 3 \quad C(-5, 3)$$

Compruébalo gráficamente.

3. En una traslación de vector v el punto A(1, 0) se transforma en el A'(3, 4). Determina las coordenadas de v .

4. Dibuja el triángulo de coordenadas A(0, 0), B(1, 1) y C(1,0). Hazle una traslación de vector $v=(2, 3)$, ¿qué coordenadas tiene el triángulo trasladado?. Comprueba tu observación calculando las coordenadas mediante la ecuación de traslación $(x', y') = (x, y) + (v_1, v_2)$.

5. Comprueba que la aplicación de dos traslaciones sucesivas de vectores u y v es otra traslación de vector $u + v$ (se llama también **producto** de traslaciones). Aplica al triángulo de vértices A(0, 0), B(1, -1) y C(2,4) la traslación de vectores (3, 2) y (4, -2).

6. Dibuja un hexágono de lado 2cm y centro el origen O. Aplícale un giro de ángulo 60° y centro O ¿qué observas? ¿Y si el ángulo es de 120°?

7. Una noria de 15 m de radio tiene 18 cestillas.

a) ¿Qué ángulo tiene que girar para que la cestilla que está a ras de suelo se coloque a media altura? ¿y a máxima altura?

b) ¿Qué ángulo tiene que girar para que una cestilla se coloque en el mismo lugar que la que va delante?

Solución

a) Para que se ponga a media altura tiene que girar 90° ó 270° .

b) $360^\circ:18=20^\circ$, luego hay que girar 20° .

8. Dibuja en un sistema de ejes coordenados un segmento de extremos $A(3, -2)$ y $B(0, 4)$. construye gráficamente el segmento homólogo mediante el giro de centro el origen y ángulo 45° .

9. Dibuja un vector y halla sus simétricos respecto los ejes coordenados.

10. Dado el triángulo de vértices $A(0, 0)$, $B(1, -1)$ y $C(2,4)$ halla los triángulos simétricos respecto del eje OX y del eje OY

11. Construye un hexágono regular y dibújalo a escala $1/2$.

12. Dibuja un cuadrilátero y toma un punto O de su plano. Si se toma O como centro de una homotecia de razón 2, halla el transformado del cuadrilátero en dicha homotecia.