

1 | Números naturales. Divisibilidad

1. Con tres piezas de tela que miden 72 m, 60 m y 48 m se quieren obtener trozos de igual longitud lo más grandes posible sin que sobren retales. ¿Cuánto medirá la longitud de cada trozo? ¿Cuántos trozos se obtendrán?
2. ¿Cuántos números hay menores que 500 que al dividirlos por 8, 9 y 12 den de resto 5?
3. Se quiere pavimentar una sala rectangular de 12 m por 18 m con baldosas cuadradas que sean las mayores posibles sin tener que romper ninguna.
¿Cuál será la medida del lado de cada baldosa?
4. Begoña y María dan vueltas a una pista circular. Begoña tarda 12 minutos en dar una vuelta completa y María 10 minutos.
¿Cuántas vueltas tiene que dar cada una para volver a encontrarse en la salida?
5. De una terminal de autobuses, el autobús A sale cada 4 horas, el autobús B cada 3 horas, el autobús C cada 6 horas y el autobús D cada 2 horas. Salieron juntos a las 5 h 30 min de la mañana. Calcula:
 - a) ¿A qué hora volverán a coincidir en la salida los cuatro autobuses?
 - b) ¿Cuántas horas tardarán en coincidir el autobús B y el autobús D?
6. Halla todos los números menores que 3 000 que sean divisibles por 6, 7, 8 y 9.
7. Disponemos de un montón de libros. Si hacemos paquetes de 6 libros, de 8 libros o de 12 libros sobran tres libros en cada uno de los casos. Pero si hacemos paquetes de 5 libros no sobra ninguno.
¿Cuál es el menor número de libros que hay en el montón?
8. Tres corredores recorren una pista circular. El primero cada 6 minutos, el segundo cada 4 minutos y el tercero cada 8 minutos. La salida se dio a las 17 h y 48 min.
¿Cuándo vuelven a coincidir los tres en la salida?
9. Piensa un número. Dóblalo y añádele al resultado 30 unidades. Toma la mitad de lo que obtengas y réstale a esta mitad el número pensado. Seguro que has obtenido 15.
 - a) Expresa matemáticamente las operaciones realizadas.
 - b) Explica cómo se puede saber que el resultado será 15 antes de conocer el número pensado.

SOLUCIONES

1. Se halla el m.c.d. de 72, 60 y 48.

$$\text{m.c.d. } (72, 60, 48) = 2^2 \cdot 3 = 12$$

La longitud de cada trozo es de 12 m.

$$(72 + 60 + 48) \text{ m} = 180 \text{ m}$$

$$180 \text{ m} : 12 \text{ m} = 15$$

Se obtienen 15 trozos.

2. Se halla el m.c.m. de 8, 9 y 12.

$$\text{m.c.m. } (8, 9, 12) = 2^3 \cdot 3^2 = 72$$

Se buscan los sucesivos múltiplos de 72 menores que 500: 72, 144, 216, 288, 360 y 432.

Se suman 5 unidades a cada uno de los números anteriores:

$$72 + 5 = 77; \quad 144 + 5 = 149$$

$$216 + 5 = 221; \quad 288 + 5 = 293$$

$$360 + 5 = 365; \quad 432 + 5 = 437$$

Los números 77, 149, 221, 293, 365 y 437 cumplen las condiciones del problema.

3. Se halla el m.c.d. de 12 y 18.

$$\text{m.c.d. } (12, 18) = 2 \cdot 3 = 6$$

El lado de cada baldosa tiene que medir 6 m.

4. Se halla el m.c.m. de 12 y 10.

$$\text{m.c.m. } (12, 10) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

Se encuentran cada 60 minutos.

Para volver a encontrarse, Begoña tiene que dar:
 $60 \text{ min} : 12 \text{ min} = 5$ vueltas,
y María, $60 \text{ min} : 10 \text{ min} = 6$ vueltas.

5. a) Se halla el m.c.m. de 4, 3, 6 y 2.

$$\text{m.c.m. } (4, 3, 6, 2) = 2^2 \cdot 3 = 12$$

Los cuatro autobuses coinciden cada 12 h.

$$5 \text{ h } 30 \text{ min} + 12 \text{ h} = 17 \text{ h } 30 \text{ min}$$

Los cuatro autobuses vuelven a coincidir a las 17 h 30 min.

- b) Igualmente se halla el m.c.m. $(2, 3) = 6$

Los autobuses B y D coinciden cada 6 horas.

6. Se halla el m.c.m. de 6, 7, 8 y 9.

$$\text{m.c.m. } (6, 7, 8, 9) = 504$$

Se buscan los sucesivos múltiplos de 504 menores que 3 000:

$$504, 1\,008, 1\,512, 2\,016 \text{ y } 2\,520$$

7. Se halla el m.c.m. de 6, 8 y 12.

$$\text{m.c.m. } (6, 8, 12) = 2^3 \cdot 3 = 24$$

Los sucesivos múltiplos de 24 más 3 unidades cumplen la primera condición del problema:

$$24 + 3 = 27;$$

$$48 + 3 = 51;$$

$$72 + 3 = 75;$$

$$96 + 3 = 99;$$

$$120 + 3 = 123;$$

...

El número 75, además, es múltiplo de 5.

El número 75 es el que cumple todas las condiciones del problema.

8. Se halla el m.c.m. de 6, 4 y 8.

$$\text{m.c.m. } (6, 4, 8) = 2^3 \cdot 3 = 24$$

Coinciden en la meta de la salida cada 24 minutos.

$$17 \text{ h } 48 \text{ min} + 24 \text{ min} = 17 \text{ h } 72 \text{ min} = \\ = 18 \text{ h } 12 \text{ min}$$

Vuelven a coincidir a las 18 h 12 min.

9. a) Si llamamos al número pensado x , las operaciones realizadas son las siguientes:

$$1.^\circ x$$

$$2.^\circ 2x + 30$$

$$3.^\circ 2x + 30 = 2(x + 15)$$

$$2(x + 15) : 2 = x + 15$$

$$x + 15 - x = 15$$

- b) Se sabe el resultado porque unas operaciones se contrarrestan con otras.